EJERCICIOS RESUELTOS DE SELECTIVIDAD DE P.A.U. ANDALUCÍA

IES TRASSIERRA – CÓRDOBA Prof. Francisco Luque Ruiz

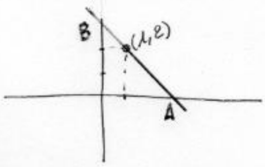
Telf: 957 734900 e-mail: pluque@iestrassierra.com

Año: 2008 Modelo: 2 Opción: B Nº: 1, Valor: 2,5 Ptos.

Resuelto por: Aurora Trujillo

Enunciado:

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto $(1,2)$, encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.



→ Ecuación de haz de rectas:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 2 = m(x - 1)$$

→ Averiguamos dos puntos:

$A \to (x,0) \to y = 0 \Rightarrow -2 = m(x-1)$

$-2 = mx - m$

$x = \frac{m-2}{m}$; Luego el punto A es $\left(\frac{m-2}{m}, 0\right)$

$B \to (0,y) \to x = 0 \Rightarrow y - 2 = m(-1)$

$y = 2 - m$; el punto B es $(0, 2-m)$

$$S(m) = \frac{\left(\frac{m-2}{m}\right)\cdot(2-m)}{2} = \frac{-\frac{(m-2)^2}{m}}{2} = -\frac{(m-2)^2}{2m}$$

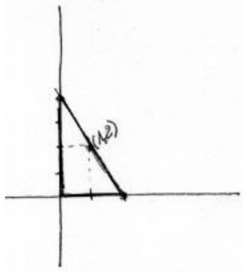
$$S'(m) = -\frac{2\cdot(m-2)\cdot(2m) - 2\cdot(m-2)^2}{(2m)^2} = -\frac{(2m-4)\cdot 2m - 2\cdot(m^2-4m+4)}{(2m)^2} =$$

$$= -\frac{4m^2 - \cancel{8m} - 2m^2 + \cancel{8m} - 8}{4m^2} = -\frac{2m^2-8}{4m^2} = -\frac{\cancel{2}(m^2-4)}{\cancel{4}m^2} = -\frac{m^2-4}{2m^2}$$

$$S'(m) = -\frac{m^2-4}{2m^2} = 0; -(m^2-4) = 0; -m^2+4 = 0; -m^2 = -4; m = \pm\sqrt{4}; m = \pm 2$$

Para saber el mínimo: $S''(m) = -\frac{2m\cdot 2m^2 - 4m\cdot(m^2-4)}{(2m^2)^2} = -\frac{\cancel{4m^3} - \cancel{4m^3} + 16m}{4m^4} =$

$$= -\frac{16m}{4m^4} = -\frac{4}{m^3}$$



$S(+2) = -\frac{4}{2^3} = -\frac{4}{8} < 0 \Rightarrow$ Hay un máximo en $m = 2$

$S(-2) = -\frac{4}{(-2)^3} = \frac{4}{8} > 0 \Rightarrow$ Hay un mínimo en $\boxed{m = -2}$

$y - 2 = m(x - 1)$

$y - 2 = -2(x-1)$; $y = -2x + 2 + 2$;

$y = -2x + 4 \to \boxed{y = 4}$, $\boxed{x = 2}$

Aurora Trujillo Mínguez

El área del triángulo será S=½*2*4=4 u^2.(Nota del profesor).